



Japan Society of Ski Sciences

日本スキー学会 第26回大会 講演論文集

メインテーマ
スキーの sustainability (持続可能性)
— 次世代へつなぐスノースポーツ —



主催: 日本スキー学会
期日: 2016年3月13日(日)～16日(水)
会場: たかみや瑠璃倶楽リゾート・蔵王温泉スキー場

スキー滑降図と測定誤差-2

佐橋稔雄 愛知スポーツ物理学研究所

キーワード: スキー, 滑降, 測定誤差, ビデオ・プリント, 解像力

1. 序文

著者はスキー運動を、スキーのみの運動に置換える事が出来る,と考へて解析をしている。そのスキー運動を紙上に表す為、多くの静止画像の組み合わせを用いた。スキーの静止画像は、スキーの8隅、16座標で表された。画像の組み合わせの為、スキーの動きに応じて座標の値は変化する。その為、16座標を16変数とした。更に16変数を「6変数、2定数」に変換して、スキー運動の解析をし易くした。6変数とは「2つのスキーの間の中点B(X0, Y0), スキー横幅Ly, スキー縦幅Lt, 右スキー角δR, 左スキー角δL」である。2定数とは、「スキーの長さSLとスキーの幅SW」である。6変数の中には、誤差が含まれている。誤差を小さくする為、6変数の各々に対して修正を行った。修正された変数を用いてスキー滑降図が描かれた。

この論文では、「修正される前の6変数」と「修正された後の6変数」の各々の差が誤差とされた。次に、誤差の大きさから、誤差が運動解析のどこから出てくるかが推定された。この推定により誤差が発生する原因をつかむ事が出来た。

2. スキー滑降図・作成の概略

図1は、雪面A1A2A3A4のスキー-abを脚立の上から、カメラPで写している様子である。カメラPと、カメラの視野の中心Oとの線をPOとする。雪面の像が、POに垂直な面A3A4A5A6に投影される。垂直面の像が、カメラに記録される。それが図2である。カメラの高さhと雪面の標識cの位置kが分れば、垂直面の像から雪面の像を描く事ができる。雪面のスキーは、図1(b)のE0のabである。スキーが動くと、スキー-E0のabは、E1のa'b'になる。スキーの隅の位置を図2の写真から測る。その位置を図1(c)の4つの●で表す。2つの●の中心を図3の3重丸で表す。2つの3重丸とスキー長さSLとスキー幅SWから、8つのスキー隅の位置○ができ、それを図3と図4に示す。スキーの動きから、8隅、16座標は16変数になる。16変数は、図4の6変数、2定数になる。この6変数を改めて、6つの測定値と呼ぼう。この変数が次のように修正

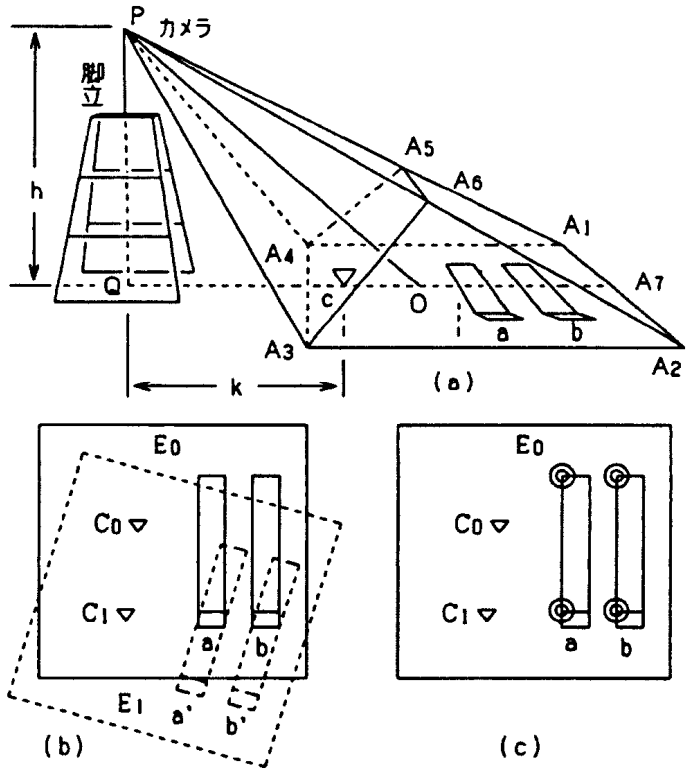


図1 滑降するスキーと撮影するカメラ。

- (a) スキー-abと標識cとビデオ・カメラP。
- (b) スキーの動きと、2枚の雪面像。
- (c) スキーの隅の測定位置。

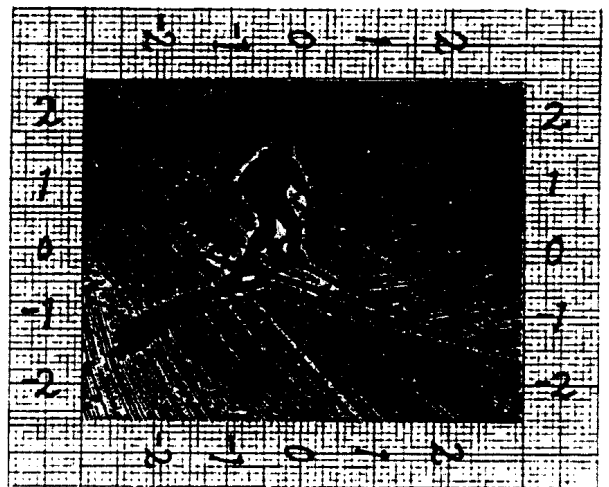


図2 グラフ用紙の上に張られたビデオ・写真。

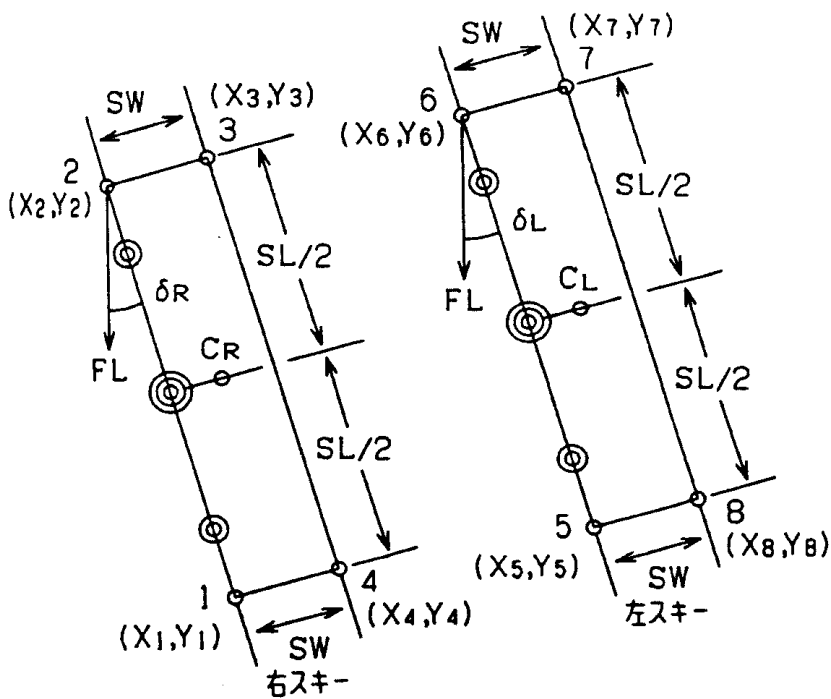
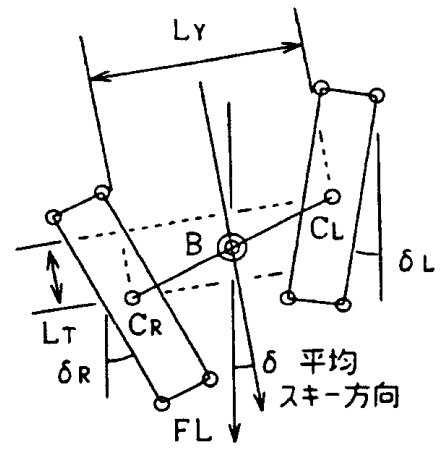


図3 スキー隅の位置の平均化.



中心B (X_0, Y_0)
 横幅LY 縦幅LT
 右スキー角 δ_R 左スキー角 δ_L

図4 16変数から、
 6変数と2定数への変換.

される。

3. 変数の修正

変数は誤差を含んでいる。変数を修正して誤差を小さくする方法を図5に示す。例として、スキーの動きと共に、変数 X_0 は図5(a)のように変化するとしよう。この変数の変化にはバラツキが見られる。変数を修正して、「滑らかに」変化するようにすれば、点線のようなであろう。これらを棒グラフで表すと、変数にはバラツキがあり、図5(b)となる。これは修正前である。修正後には、変数は修正値に変わり、「滑らかに」変化する。それが、図5(c)である。その差を誤差と定義する。誤差を図5(d)に示す。誤差の累積値を図5(e)に示す。修正するには次の3つを満たすようにする。

1. 変数は誤差を含む。修正値は時間(スキー・コマ)と共に「滑らかに」変化する。変数-修正値=誤差。
 2. 運動摩擦係数 μ は正である。
 3. 修正の大きさは、スキー幅位の大きさにしたい。
- 変数の差は速度に相当する。速度の差は加速度に相当する。加速度から運動摩擦係数 μ が得られる。質量 \times 加速度=スキーヤーへの外力。外力=重力+摩擦力。外力は、ニュートンの慣性の法則により「滑らかに」変化する事が期待される。従って、速度も変数も「滑らかに」変化する筈である。

変数の修正を、図5(e)の誤差の和(累積値)が出来る限り零に近くなるように行う。その結果得られた運動

摩擦係数 μ は正でなければならない。こうして得た修正値を真の値としよう。従って、「変数-修正値」は誤差となる。

スキー滑降図として、前論文集の[スキー滑降図と測定誤差-1]¹⁻²⁾と同じスキー滑降を用いる。前論文集の表1¹⁻²⁾を、再びこの論文に表1と表す。表1の X_0 は位置の変数であり、図4の中心B(X_0, Y_0)の X_0 に相当する。更に、図5の X_0 にも相当する。Ax列は修正前のバラツキのある変数であり、図5(b)に相当する。Cx列は修正後の滑らかな変数であり、図5(c)に相当する。Gx列は変数の修正前後の値の差であり、誤差である。それは図5(d)に相当する。Hx列は誤差の累積値であり、図5(e)に相当する。表1のAx列とCx列とGx列を正しく棒グラフで表したものが、「前論文集の図2の(a), (b), (c)」¹⁻²⁾である。

滑らかな修正値を得るには、変数の差(表1のBx列)を滑らかにするのが早道である。バラツキは、「変数」よりも「変数の差」の方が大きく出る。変数の差(Bx列)は速度に相当する。Bx列はミカケの速度である。速度を滑らかにすると、Dx列となる。Dx列もミカケの速度である。滑らかにする条件は、速度の誤差Ex列の累積値(Fx列)が成る可く零に近くなるようにする事である。更に速度を滑らかにするには、速度の差である、加速度を滑らかにする。いづれも、運動摩擦係数 $\mu > 0$ の範囲で行う。

)~)の例を,文末の[追加]に示す.

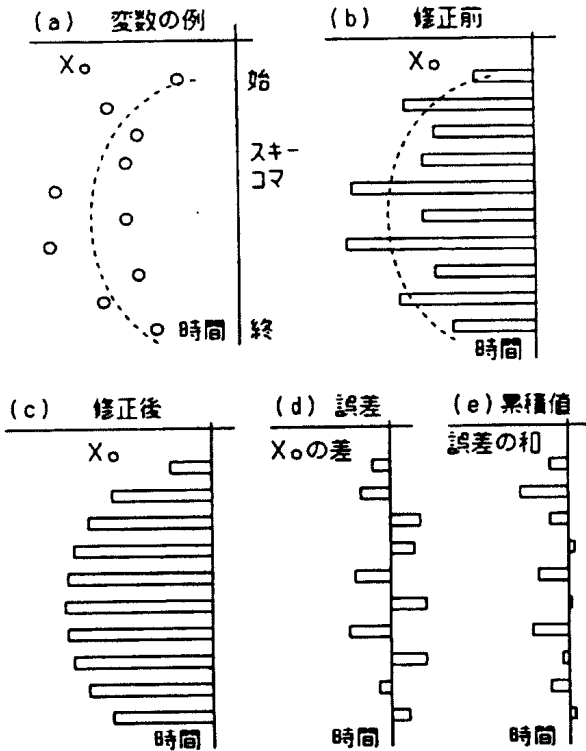


図5 変数(測定値)の修正.

(a)スキー・コマと共に変る変数 X_0 の例. (b)修正前.
 (c)修正後. (d)誤差. (e)誤差の累積値.

4. 誤差の大きさ

誤差の大きさを調べる為に、「誤差の平均値 m と標準偏差 s 」³⁾を求める.

表1では,位置変数の修正前の値は X_0 ,修正後の値は X_{0s} である.それらの差 D_0 は, $D_0 = X_{0s} - X_0$ である. D_0 は変数 X_0 の誤差である.表1のスキー番号 n は, $n=1\sim 14$ である. n 番目の D_0 は, $D_{0n} = X_{0ns} - X_{0n}$ となる.誤差の平均値 m と標準偏差 s が次の式³⁾から得られる.

$$\text{平均値 } m^{3)} = (\sum D_{0n}) / n,$$

$$\text{標準偏差 } s^{4)} = \sqrt{[(\sum D_{0n}^2) / n] - m^2}$$

$n=2$ の場合は, $X_{02} = 819, X_{02s} = 818, \text{差 } D_{02} = -1$ となる.表1の X_0 の誤差の平均値と標準偏差を表2のQとRに示す.

標準偏差は,誤差の平均的な大きさを意味している.表1のミカケの速度 X_{0d} についても,修正前後の値の差 D_d (Ex列)が誤差となる. $D_d = X_{0ds} - X_{0d}$.ミカケの速度の誤差の平均値と標準偏差を表2のSとTに示す. $Y_0, L_y, L_t, \delta R, \delta L$ と $Y_{0d}, L_{yd}, L_{td}, \delta R_d, \delta L_d$ についても,修正前後の値の差(誤差)の「平均値と標準偏差」を表2に示す. Y_0^* は,修正前の値と再修正後の値の差(誤差)の「平均値と標準偏差」である. C_x 列¹⁾と F_x 列²⁾を含めて,

5. 討論

5.1. 写真上の針の孔

カメラに記録された写真上のスキーの位置を図2を用いて測る.スキーの隅に針で孔を開けて,その孔の位置を周囲のグラフ用紙の升目から測る.針孔の大きさは,写真上で小さくても,雪面上では大きくなる.カメラの位置とスキーの位置を図6に示す.表3は,雪面上に於ける針孔の大きさを表している.表3のLと l は論文[スキー滑降図作成法の図2]⁴⁾の中にある.それが図6である.直径0.5ミリの円の中心は拡大鏡を用いれば0.1ミリまで読む事ができる.針孔が直径0.1ミリの円なら,雪面上では長径2.7cm,短径0.8cmとなる.スキーの位置誤差をこれ以下にする事はできない.この位置誤差を更に小さくする為に,「3.変数の修正」が行われた.

表2のR列の標準偏差は,修正前後の X_0 値の差(誤差)のバラツキの程度を表している.このバラツキは,0.1ミリの針孔位の大きさである.写真上の位置も,針孔位の大きさを修正すれば真の値に近づくと思定される.

5.2. 変数の変換

2本のスキーの位置は,8個のスキー隔(16変数)で決まる.この16変数を6変数,2定数に変換する.6変数は測定値と見なす事ができる.こうすると,運動摩擦係数 μ は2本のスキーの中心点 $B(X_0, Y_0)$ に依存し,2変数で決まる.2本のスキーの横幅 L_y は1変数で決まる.変数の減少は,スキー解析を容易にした.

5.3. 変数のバラツキ

6変数は,6つの測定値であり,測定誤差を含んでいる.これらの変数は,滑らかに変化しない事が,[前論文の図2と図3]¹⁻²⁾から理解できる.中心座標 $B(X_0, Y_0)$ を含む6変数が滑らかに変化する様に修正する度に,加速度 G_c のバラツキは小さくなった.それを[前論文の図4]¹⁻²⁾が示している.その図を本論文の図7に再び示す. G_c について見れば,修正前が図7の G_{c1} であり,修正後が G_{c2} であり,再修正後が G_{c3} である.それでも小さいバラツキが見られる.物理量である変数は滑らかに変化する事を考えれば,バラツキが小さい方が真の値に近いと思われる.