

スキー滑降図作成法

佐橋稔雄 (愛知スポーツ物理学研究所)

Method for drawing Loci of skiing descents

Toshio SAHASHI (Laboratory of Aichi Sports Physics)

抄録 スキー滑降のビデオ・テープ・プリントを複数枚用いて、スキー滑降図が描かれた。1枚のプリントに写されている左右のスキーは、8つのスキー隅から出来ている。この8つの隅から16の座標値が測定された。各プリントの座標値を解析し、それらを組合せてスキー滑降図が作られている。これらの座標の中には測定誤差の大きい座標と小さい座標が存在する事が経験的に分ってきた。スキー解析には次の2つの問題点があり、複雑なスキー滑降図を描く事は困難であった。(1)座標数が多すぎる、(2)誤差の大きい座標がある。そこで座標の数を減らす為に、16座標(16変数)が6変数と2定数に置換えられた。6変数は、2つのスキーの中心座標 X_0Y_0 、2つのスキーの横幅 L_Y と縦幅 L_T 、2つのスキーの長さ方向 $\delta_R\delta_L$ である。2定数は、1つのスキーの長さ SL と幅 SW である。変数が少なくなったので、解析がし易くなった。この方法により、複雑なパラレル・ターンやウエーデルンの解析が可能になり、複雑な滑降図も描く事ができるようになった。

日本スキー学会誌 第21巻 第1号 別刷 2011年9月

スキー滑降図作成法

佐橋稔雄 (愛知スポーツ物理学研究所)

Method for drawing Loci of skiing descents

Toshio SAHASHI (Laboratory of Aichi Sports Physics)

Abstract The loci of skiing descents were drawn from multiple video prints of skiing descents. The left and right skis in a video print have a total of eight corners. The coordinates of these eight corners, i.e., 16 coordinate values (variables), were determined. The loci of skiing descents were obtained by analyzing and combining the coordinate values on each print. From our experience, we found that some coordinates have a large measurement error whereas other coordinates have a small measurement error. It was difficult to draw a locus of a skiing descent in detail because of the following two problems in the analysis of skiing descents: (1) the number of coordinates is very large and (2) some coordinates include a large measurement error. To reduce the number of coordinates, 16 variables were replaced with six different variables and two constants as follows. The variables are the coordinates of the midpoint between the centers of the two skis (X_0, Y_0), the transversal and longitudinal differences between the two skis, L_Y and L_T , and the angles of the longitudinal directions of the left and right skis with respect to the fall line, δ_L and δ_R . The constants are the length SL and width SW of each ski. The reduced number of variables simplified the analysis. This method enabled us to analyze more complicated descents involving parallel turns and wedeln, and to draw the loci of skiing descents in detail.

Key word: ski, descent, turning descent, video print, resolution

1. 序文

スキーのビデオ・テープ・プリントの解像力は、35ミリ・フィルム写真の解像力に比べると悪い。35ミリの連続写真は毎秒4枚であるが、ビデオの連続プリントは毎秒30枚まで可能である。動きの速いスキー滑降の解析は、解像力が悪くても、ビデオ・プリントに頼らざるを得ない。

上記の理由から、速いスキーヤーの滑降はビデオ・カメラで撮影された¹⁾。そのビデオ・プリン

ト上で、スキーの位置(座標)が測定された。1枚のプリント上には、2本のスキーがあり、8個のスキー隅があり、16の座標がある。それらの中には測定誤差の大きい座標と小さい座標が存在する事が経験的に分ってきた。スキー解析には次の2つの問題点があり、複雑なスキー滑降図を描く事は困難であった。(1)座標数が多すぎる、(2)誤差の大きい座標がある。

スキー滑降図は多数のプリントから作られている。座標値は、各プリントにより変化して行く

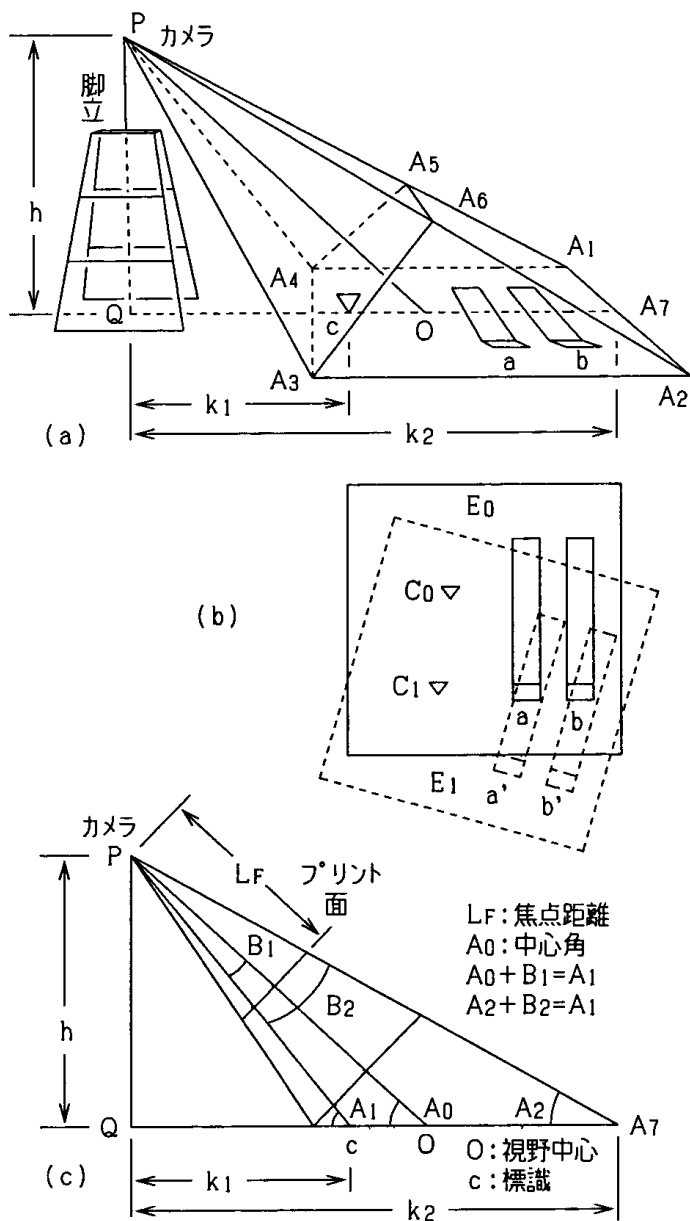


図1 (a) 滑降するスキーabと標識cとビデオカメラP. (b)プリント面から位置変換により作られた2コマの雪面. (c)プリント面と雪面の位置変換.

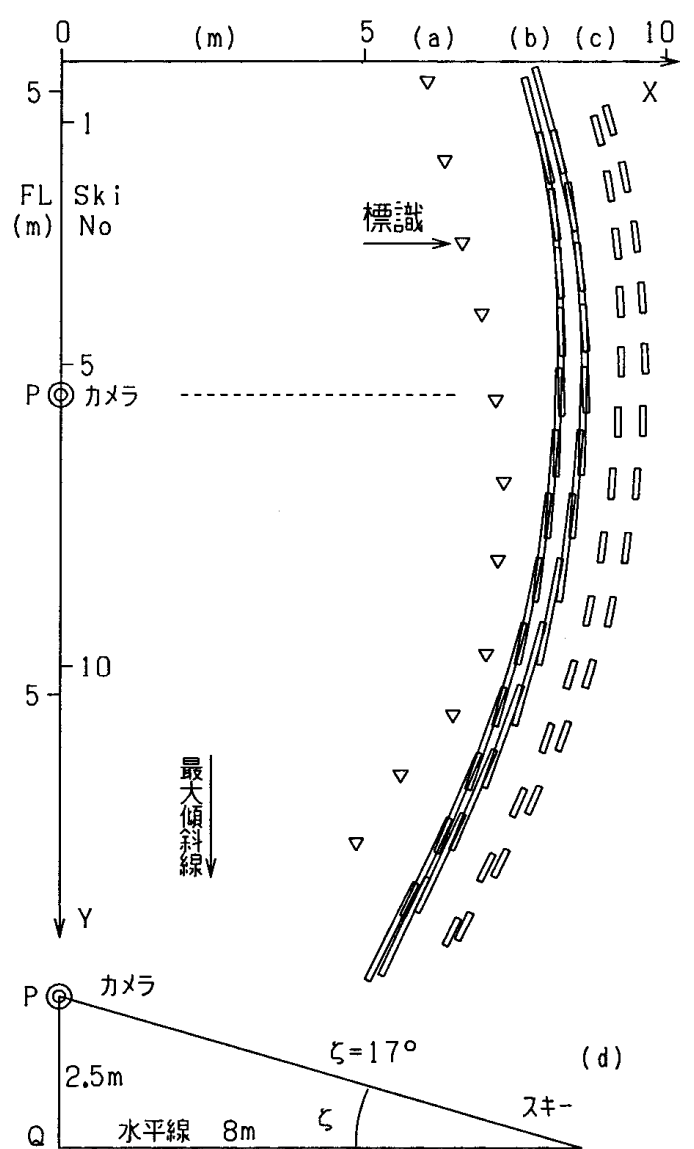


図2 (a)~(c)スキー場における、座標軸(X, Y)とカメラの位置◎と標識○とスキーの滑降の軌跡. (d)カメラを通るX軸に平行な断面図.

2. スキー滑降図を描く為の定義

2.1. ビデオプリント上のスキー

図1(a)は、スキーヤーのスキーを脚立の上からビデオカメラPで撮影している様子を表している²⁾。a, bは2本のスキーである。cは標識である。雪面A1A2A3A4を水平面と仮定し、雪面をカメラを通して見る。その視野の中心を点Oとする。線POに垂直な面をA3A4A5A6とする。垂直面A3A4A5A6に比例した像がカメラに記録される。Pから雪面に下ろした垂線の位置を点Qとし、高さhを測定する。図1(a)の面PQA7を図1(c)に描く。LFをカメ

ので、座標値は変数となり、16座標値は16変数となる。この論文では、16変数が、6変数と2定数に変換された。即ち、変数は「2つのスキーの中心座標 X_0, Y_0 , 2つのスキーの横幅 L_y , 2つのスキーの縦幅 L_t , 2つのスキーの長さ方向 δ_R, δ_L 」であり、定数は「1つのスキーの長さ SL と幅 SW 」である。変数が少なくなったので、解析がし易くなった。この方法により、複雑なパラレル・ターンやウエーデルンの解析が可能になり、複雑な滑降図も描く事ができるようになった²⁻⁴⁾。

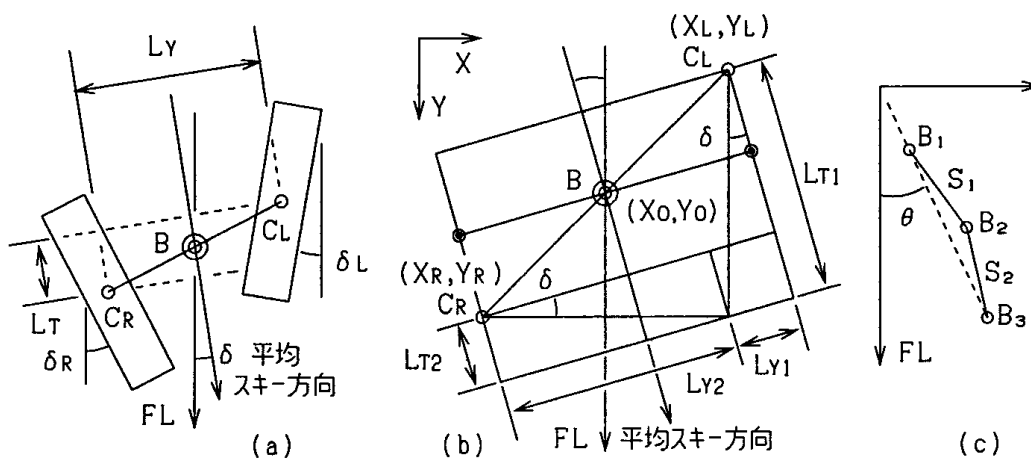


図3 (a)スキー角 δ_R と δ_L . (b)2つのスキーの横幅 Ly と縦幅 Lt . (c)接線角 θ .

ラの焦点距離とし、その面をカメラから得られるプリント面とする。

$$\angle POQ = A_0, \angle PcQ = A_1, \angle PA_7Q = A_2,$$

$$A_0 + B_1 = A_2 + B_2 = A_1,$$

$$\tan(A_1) = h/k_1, \tan(A_2) = h/k_2,$$

$$k_1 - k_2 = [h/\tan(A_1)] - [h/\tan(A_2)] \dots (1)$$

図1(c)のように、 k_1 と k_2 を測定しておけば、標識cと点A7に相当するプリント上の位置から角度 B_1 と B_2 が得られる。そして次の式、

$$A_1 = A_0 + B_1, A_2 = A_0 + B_1 - B_2$$

が成立する。これにより、式(1)の未知数は A_0 のみとなる。 A_0 が得られれば、雪面と垂直面 $A_3A_4A_5A_6$ は1対1に対応し、垂直面とプリント面も1対1に対応する。標識と点A7が線QA7上にはない場合は少し複雑になる。その時は雪面垂直観察法⁵⁾を用いれば、 A_0 が得られる。 A_0 を中心角とする。プリント面と垂直面の倍率は一定であるので、プリント面の像から雪面の像を作図する事が出来る。

ここで、スキー滑降後の雪面上のスキー跡を軌道、プリント解析から得られ、雪面 $A_1A_2A_3A_4$ を紙面上に表したスキー跡を軌跡と表す。

始めのプリントから再現された雪上のスキー軌跡が図1(b)のE0とする。スキーヤーは脚立の周りを滑降する。スキーヤーを追いかけて、カメラも動く。次のプリントから作られた雪上のスキー軌跡がE1となり、点線で示す。カメラとスキーが動いても、雪面上にある複数の標識 c_0, c_1 は動かない。2つの軌跡に共通して存在する標識の

位置を合せれば、2つのスキー軌跡間の平行移動距離と回転角が分る。この様にして描かれたスキー滑降図¹⁾の一例が図2である。解析に用いたビデオ・プリントは毎秒7.5枚(コマ)である。

図2(a)は、滑降軌道の軌跡を描く為に、予想される滑降軌道に沿って、並べられた標識である。図2(a)は、図1(b)の標識 c_0, c_1 に相当する。カメラの足元Qから各標識迄の距離が測定された。図2(b)はスキー滑降の軌跡である。図2(b)は、スキーが重なり合って見にくいので、スキー長を50cmにして図2(c)に再び描かれている。縦軸Yは最大傾斜線FLの方向であり、横軸Xは斜面上でかつ、Y軸に垂直な方向である。Y軸上の◎はカメラの位置であり、カメラから雪面に垂線を下ろした位置が図2(d)のQである。カメラ◎は斜面から垂直上2.5mにある。◎を通りX軸に平行で、かつスキー場に垂直な断面を見ると図2(d)のようになる。スキー番号(SkiNo)6のスキーは、ほぼこの断面上にある。カメラの足元Qからスキー番号6のスキーまでの距離Lは約8mだから、スキーからカメラを覗く角 α は 17° になる。

2.2. スキー角 δ とスキー軌道の接線角 θ と曲率半径Rと両スキーの横幅 Ly と縦幅 Lt の定義

スキー場を滑降するスキーを図3(a)の様に考える³⁾。スキーの形状は、先端のショベルの部分を除き、長方形で表されている。更に図を描き易いように、スキーの斜面角付け角 β は、 $\beta = 0$ と表

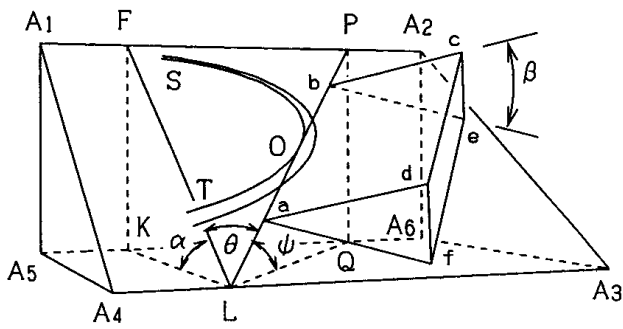


図4 スキー滑降軌道SOT. スキー滑降面abcd.
スキー場の傾斜角 α . みかけ上の傾斜角 ψ .

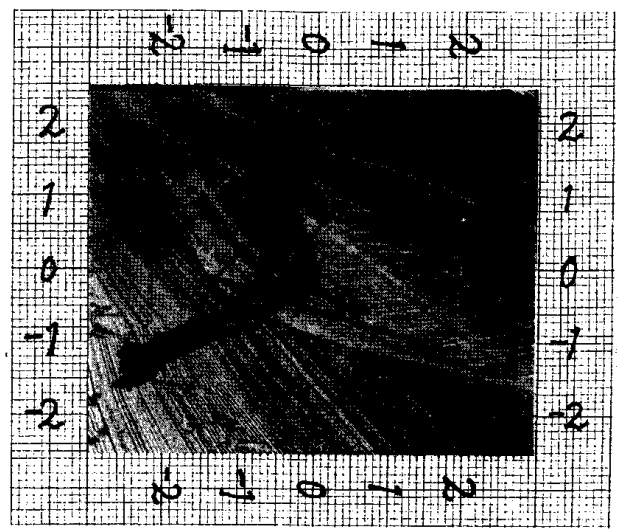


図5 グラフ用紙の上に張られた
ビデオ・プリント.

されている. 最大傾斜線をFLとする. FLとスキーの長さ方向との間の角をスキー角として, 右と左の各々のスキー角を δ_R と δ_L で表す. 2つのスキーの平均のスキー角は, $\delta = (\delta_R + \delta_L)/2$ となる. 右と左のスキー(長方形)の中心を各々 C_R, C_L とし, それらを結ぶ中心をBとする. 図3(c)の様に, 滑降に従い点Bは B_1, B_2, B_3 の様に移動する. B_1, B_2, B_3 が通る軌道を曲線と考え, 点 B_2 の接線角 θ を, B_1 と B_3 を結ぶ直線とFLとの間の角と定義する. 点 B_1, B_2, B_3 から点 B_2 の曲率半径Rが得られる. B_1, B_2 間の長さは S_1 であり, B_2, B_3 間の長さは S_2 である.

図3(a)の様に, C_R-C_L 間の長さの, δ 方向に垂直な成分をスキー横幅 L_Y とする. C_R-C_L 間の長さの, δ 方向に平行な成分をスキー縦幅 L_T とする. 右と左のスキー(長方形)の中心を各々 $C_R(X_R, Y_R), C_L(X_L, Y_L)$ とし, C_R と C_L の中心を $B(X_0, Y_0)$ とする. L_Y と L_T とBは図3(b)から次式のようになる.

$$\begin{aligned} \delta &= (\delta_R + \delta_L)/2 \\ L_{Y1} &= (Y_R - Y_L) \sin \delta, \quad L_{Y2} = (X_L - X_R) \cos \delta, \\ L_{T1} &= (Y_R - Y_L) \cos \delta, \quad L_{T2} = (X_L - X_R) \sin \delta, \\ L_Y &= L_{Y1} + L_{Y2}, \quad L_T = L_{T1} - L_{T2}. \\ X_0 &= (X_R + X_L)/2, \quad Y_0 = (Y_R + Y_L)/2. \quad \dots \quad (2) \end{aligned}$$

2.3. 6変数と2定数から作るスキー隅座標

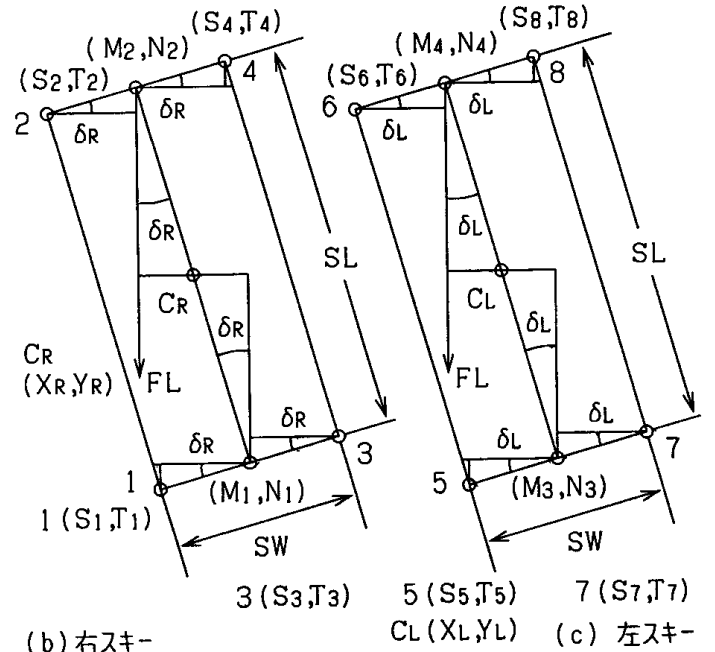
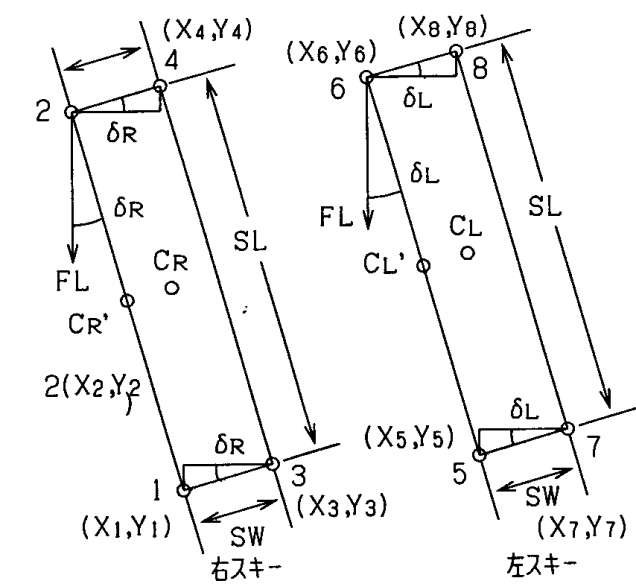
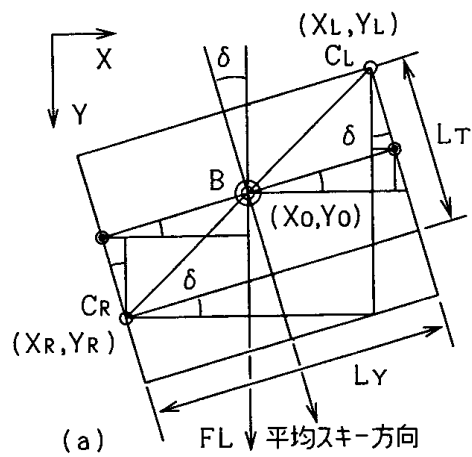
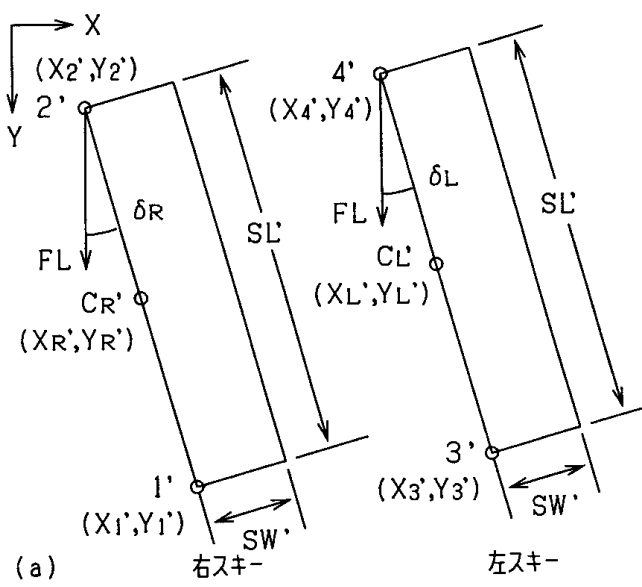
スキー(長方形)をスキー長 SL とスキー幅 SW の2定数で表せば, 右スキーの4隅の座標(8変数)は, スキー中心 $C_R(X_R, Y_R)$ とスキー角 δ_R の3変数で決まる. 更に, 両スキーの16変数も両スキーの中心

$C_R(X_R, Y_R), C_L(X_L, Y_L)$ とスキー角 δ_R, δ_L の6変数で決まる. この6変数は式(2)を用いれば, 「中点 $B(X_0, Y_0)$, スキー横幅 L_Y , スキー縦幅 L_T , スキー角 δ_R と δ_L 」の6変数に変わる.

2.4. ミカケの傾斜角 ψ の定義

図4の $A_1A_2A_3A_4$ はスキー場の斜面を表している²⁾. $A_3A_4A_5A_6$ は水平面である. スキーヤーが片足カービング・ターンでSOTに沿って滑降をする. スキーによる, 点Oの滑降面(変形した雪面)を拡大してabcdで表す. スキー場斜面と滑降面との間の角が斜面角付け角 β である. 滑降軌道の点Oの接線方向をPLとする. 最大傾斜線FLとPLの間の角を θ とする. スキー場の傾斜角は図4の様に α であるが, 点Oを滑降しているスキーヤーには, スキー場の傾斜角は ψ になる²⁾. この ψ をミカケの傾斜角と呼ぶ. 図4を用いると, 次の式から, α と θ を用いて ψ が得られる.

$$\begin{aligned} FL &= 1, \quad PQ = FK = h = \sin \alpha, \quad KQ = FP = b = \tan \theta, \\ KL &= c = \cos \alpha, \quad QL^2 = d^2 = b^2 + c^2, \quad \tan \psi = h/d. \end{aligned}$$



(b) CR (XR, YR) CL (XL, YL)
CR' (XR', YR') CL' (XL', YL')

図7 6変数から16変数へのスキーの再生。

図6 スキーを模型的に描いた図。

- (a) 雪面上に描く2本のスキー。
- (b) スキー隅の平均化後の2本のスキー。

3. 紙面上に描くスキー滑降図

3.1. プリント上のスキーの位置の特定

図5はスキーヤーの滑降のビデオ・プリント⁶⁾の一例である。プリント上のスキーの隅の位置を測定する為に、プリントがグラフ用紙の上に張付けられている。プリントと図1(a)のA3A4A5A6の像は相似形であるので、プリントから得られた隅の座標値は、A3A4A5A6上の値に相当する。これを雪面A1A2A3A4上の値に「位置変換」する必要がある。

図6(a)は雪面上に「位置変換」されたスキーである。この図を用いて、座標の測定方法を以下に示す。図6(a)の右スキーには、隅1'と隅2'に、2つの丸印○がある。この丸印に相当する、図5のプリント上の位置に針で孔を明ける。その孔の中心の位置をグラフ用紙の目盛から0.1mmの違いまで拡大鏡を用いて読む。プリントの大きさは9.4cm×6.9cmであり、プリント上の孔の大きさは直径約0.5mmである。

スキー滑降により舞上がった雪がスキーの隅を覆う事がある。その場合でも、右スキーの隅1'と隅2'が1'と2'の線上にある事は容易に分る。しかし、1'と2'の位置を特定する事は、しばしば困難であった。左スキーの隅についても同様である。更に、図5のプリントの場合、左スキーの3'

と4'は、右足により隠れる事もあった。この様に、明らかに位置の特定が不可能な場合が時々あった。位置の特定が困難な場合には、推定の座標値が用いられた。

多くの場合、スキー角 δ は、 $0^\circ \leq |\delta| < 45^\circ$ である。その為、位置不明のスキー隅が、1'と2'の線上にあった場合には、推定する位置のY軸の誤差の方がX軸の誤差よりも大きくなる。従って、速度や加速度の誤差は、X座標値よりもY座標値の方から大きく出て来ると思われる。スキーの長さ方向に沿った線上の位置を調べれば、スキー角 δ は容易に分る。このような理由により、推定値を用いる場合でも、X座標値とスキー角 δ は信頼性が大きく、Y座標値は信頼性が小さいと思われる。

3.2. 座標値の平均化

図6(a)のスキー隅1'2'3'4'は、プリントから「位置変換」により得られた雪面上のスキー隅である。右スキーでは、1'と2'から中点 Cr' が得られる。 Cr' の座標は (Xr', Yr') である。1'と2'からスキー角 δ_R が得られる。 SL' と SW' はプリントから「変換」により得られたスキー長とスキー幅である。 Cr' (Xr', Yr') と δ_R と定数(スキー長 $SL=180\text{cm}$ とスキー幅 $SW=10\text{cm}$)を用いて、図6(b)のように、平均化された右スキーの隅1 $(X1, Y1)$ 、同様にして、隅2, 3, 4と中心 Cr (Xr, Yr) の座標が得られる。右スキーについて、

$$\begin{aligned} \tan \delta_R &= (X1' - X2') / (Y1' - Y2'), \\ Xr' &= (X1' + X2') / 2, \quad Yr' = (Y1' + Y2') / 2, \\ X1 &= Xr' + (SL/2) \sin \delta_R, \\ Y1 &= Yr' + (SL/2) \cos \delta_R, \\ X2 &= Xr' - (SL/2) \sin \delta_R, \\ Y2 &= Yr' - (SL/2) \cos \delta_R, \\ X3 &= X1 + SW \cdot \cos \delta_R, \quad Y3 = Y1 - SW \cdot \sin \delta_R, \\ X4 &= X2 + SW \cdot \cos \delta_R, \quad Y4 = Y2 - SW \cdot \sin \delta_R, \\ Xr &= (X1 + X4) / 2, \quad Yr = (Y1 + Y4) / 2. \quad \dots \quad (3) \end{aligned}$$

左スキーについても、図6(b)のように、平均化された左スキーの隅5, 6, 7, 8と中心 Cl (Xl, Yl) の座標が得られる。

$$\tan \delta_L = (X3' - X4') / (Y3' - Y4'),$$

$$\begin{aligned} Xl' &= (X3' + X4') / 2, \quad Yl' = (Y3' + Y4') / 2, \\ X5 &= Xl' + (SL/2) \sin \delta_L, \\ Y5 &= Yl' + (SL/2) \cos \delta_L, \\ X6 &= Xl' - (SL/2) \sin \delta_L, \\ Y6 &= Yl' - (SL/2) \cos \delta_L, \\ X7 &= X5 + SW \cdot \cos \delta_L, \quad Y7 = Y5 - SW \cdot \sin \delta_L, \\ X8 &= X6 + SW \cdot \cos \delta_L, \quad Y8 = Y6 - SW \cdot \sin \delta_L, \\ Xl &= (X5 + X8) / 2, \quad Yl = (Y5 + Y8) / 2. \quad \dots \quad (4) \end{aligned}$$

プリント上で測定され、「位置変換」されたスキー隅の16個の座標値(変数)は、式(3)と(4)により、平均化された新しい16個の変数に置換えられる。この16個の変数は、式(2)により6つの変数に置換えられる。6つの変数「中点 $B(X0, Y0)$ 、スキー横幅 Ly 、スキー縦幅 Lt 、スキー角 δ_R と δ_L 」について、スキー番号(SkiNo)1~14にわたり統計的な修正が行われた。

3.3. 滑降図の再生

統計的な修正が行われた後の6変数を再び $X0, Y0, Ly, Lt, \delta_R, \delta_L$ で表す。6変数と2定数 SL, SW から、2つのスキーの隅の座標値が得られる。図7(b)では、スキーの隅1, 2, 3, 4が見やすいようにスキー幅 SW が2倍の大きさに描かれている。修正前の図6(b)の隅1 $(X1, Y1)$ 、2 $(X2, Y2)$ は、修正後の図7の隅1 $(S1, T1)$ 、2 $(S2, T2)$ に各々対応している。他の隅3~8についても同様である。右スキーの中心と4つの隅について、

$$\begin{aligned} \text{平均スキー方向 } \delta &= (\delta_R + \delta_L) / 2, \\ Xr &= X0 - (Ly/2) \cos \delta + (Lt/2) \sin \delta, \\ Yr &= Y0 + (Ly/2) \sin \delta + (Lt/2) \cos \delta, \\ M1 &= Xr + (SL/2) \sin \delta_R, \quad N1 = Yr + (SL/2) \cos \delta_R, \\ M2 &= Xr - (SL/2) \sin \delta_R, \quad N2 = Yr - (SL/2) \cos \delta_R, \\ S1 &= M1 - (SW/2) \cos \delta_R, \quad T1 = N1 + (SW/2) \sin \delta_R, \\ S2 &= M2 - (SW/2) \cos \delta_R, \quad T2 = N2 + (SW/2) \sin \delta_R, \\ S3 &= M1 + (SW/2) \cos \delta_R, \quad T3 = N1 - (SW/2) \sin \delta_R, \\ S4 &= M2 + (SW/2) \cos \delta_R, \quad T4 = N2 - (SW/2) \sin \delta_R. \quad \dots \quad (5) \end{aligned}$$

が得られる。